2012 年度

第 3 回 **九州大学 組合せ数学セミナー**[1]

下記のようにセミナーを開催しますので, ご案内申し上げます。

世話人: 溝口 佳寛（九大 IMI） 谷口 哲至（松江高専）
平坂 貢（釜山大／九大数理） 島袋 修（崇城大学）
三枝崎 剛（大分高専）
アドバイザー： 坂内 英一（上海交通大学/九大数理）

記

日時: 2012 年 9 月 22 日 (土) 13:00–18:00
場所:アクロス福岡セミナー室 1(2 階) (福岡県福岡市中央区天神 1 丁目 1 - 1)
URL: `http://comb.math.kyushu-u.ac.jp/`

プログラム

12:55–13:00 開会宣言 （谷口 哲至）

13:00–13:25 溝口 佳寛 （九大 IMI）
Roach 型グラフのラプラシアン行列の固有多項式とグラフ分割について
(Graph partitioning and eigen polynomials of Laplacian matrices of Roach-type graphs)

13:25–14:15 末竹 千博 (大分大)
半正則自己同型群を持つクラス正則対称横断デザイン
(Class regular symmetric transversal designs with semiregular automorphism groups)

14:25–15:15 籾原 幸二 (熊本大)
Inequivalent skew Hadamard difference sets and their applications

15:35–16:25 菊田 俊幸 (大阪工大)
Ramanujan 型の合同式の多変数化について
(On a generalization of Ramanujan type congruences to the case of several variables)

16:35–17:25 篠原 雅史 (鈴鹿高専)
2-distance set の変形とその極小次元
(On a deformation of two-distance sets and its minimal dimension)

17:25–17:30 総括（溝口 佳寛）

18:30 – 懇親会

[1] このセミナーは, 九州大学 大学院数理学研究院 / マス・フォア・インダストリ研究所 グローバル COE プログラム「マス・フォア・インダストリ研究教育拠点」の支援を受けて開催されます。

Abstract

溝口 佳寛 (九大 IMI)

タイトル: Roach 型グラフのラプラシアン行列の固有多項式とグラフ分割について

概要: グラフのラプラシアン行列の固有ベクトルはグラフ分割に利用され, その方法はスペクトラル・クラスタリング法と呼ばれ, グラフ表現されたデータの分析等に応用されている. Roach 型グラフはスペクトラル・クラスタリング法によりうまく分割出来ない形のグラフとして知られている. この Roach 型グラフのラプラシアン行列は三重対角行列に変形できるが, 対角成分の値が全て一定ではなく, その固有多項式の一般形は自明ではない. 今回, いくつかの基本的な形の三重対角行列形について固有多項式の一般形を求め, さらに, Roach 型グラフの固有多項式の一般形を求めた. そして, 固有ベクトルの偶奇判定のための固有値の値の評価を行いスペクトラル・クラスタリング法が成功しない Roach 型グラフのサイズについて考察を行ったので報告する.

末竹 千博 (大分大)

タイトル: 半正則自己同型群を持つクラス正則対称横断デザイン

概要: 最近, 秋山-斉藤-田中-S によって $G = U \times PSL(2,7)$ (U は位数 3 の群) を全自己同型群として持つクラス正則 $\mathrm{STD}_7[21;3]$ $\mathcal{D}$ が見つけられた。この $\mathcal{D}$ に対応する一般アダマール行列を H とすると, H は群 U 上の $\mathrm{GH}(3,7)$ である。この $\mathcal{D}$ あるいは H を一般的な視点から捉えよという問題を提起する。良く観察すると, G は $\mathcal{D}$ の点上正則に作用する部分群 K(この K は U を含む。) を含むことがわかる。(しかし, K はブロック上には正則に作用しない。) 一方, 点とブロック上正則に作用する自己同型群を持つクラス正則 $\mathrm{STD}_7[21;3]$ $\mathcal{D}$ も秋山-S によって見つけられている。ところで, $\lambda = 1$ の任意の $\mathrm{STD}_1[k;k]$ は (同型を無視して) 位数 k の射影平面に一意的に拡大される。translation planes や planar 関数を使って構成される平面 (例えば, Culter-Mathews cartesian group planes) に対応するクラス正則対称横断デザインも点正則自己同型群を持つ。我々はこれらの STD も統一的に捉える議論をする。elation group U を含む点正則自己同型群 K を持つ STD は U 上のある程度単純な形をした一般アダマール行列として表現される。これがアイデアである。なお, より多くの STD を扱うため点正則を点半正則という条件に緩めることにする。

籾原 幸二 (熊本大)

タイトル: Inequivalent skew Hadamard difference sets and their applications

概要: 有限可換群 G 上の Skew Hadamard 型の差集合に関して, 以下の 2 つの予想が知られている. (1) 存在すれば, G は基本可換群　(2) 基本可換群上の Skew Hadamard 型の差集合は平方剰余差集合に同値である. 本講演では, cyclotomic な強正則グラフから Skew Hadamard 型の差集合を与える構成法について紹介し, それが予想 (2) の反例をいくつか与えることを示します. また, 有限体上のある方程式の根の分布の問題への応用についても話をします.

菊田 俊幸 (大阪工大)

タイトル: Ramanujan 型の合同式の多変数化について

概要: Ramanujan の合同式としてよく知られているように、重さ 12 の Eisenstein 級数と、Ramanujan のデルタ関数の各 Fourier 係数が素数 691 を法として合同になる。これは Eisenstein 級数とカスプ形式の間の合同関係の一例である。本講演では、次数 2 の Siegel モジュラー群および Hermite モジュラー群に対する Eisenstein 級数と、あるカスプ形式の間に合同関係があることが分かったので報告する。さらに、この結果の簡単な応用として、k 番目の一般 Bernoulli 数の分子を割る素数があれば、重さ k の非自明な Hermite カスプ形式の存在が分かるということを述べる。尚、以上の結果は長岡昇勇氏との共同研究によって得られたものである。時間があれば、その他、多変数モジュラー形式の合同に関する結果を報告したい。

篠原 雅史 (鈴鹿高専)

タイトル: 2-distance set の変形とその極小次元

概要: 単純グラフ（完全グラフ, 空グラフを除く）に対応する 2-距離集合のうち, 極小次元を持つようなものがただ一つ存在する．そのような 2-距離集合を $Emb(G)$, またその次元を $m(G)$ で表す．このとき G とその補グラフ $\bar{G}$ について, $m(G) + m(\bar{G}) \geq n+1$ が成り立っている．上の不等式の等号を満たす数少ない例として, 完全二部グラフ $K(i,j)$ や完全多部グラフ $K(i,\ldots,i)$ があるが, 本講演では特に、完全多部グラフ $G = K(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ に対応する極小 2-距離集合 $Emb(G)$ の幾何的な構成を与え,$Emb(G)$ が同一球面上にのるための必要十分条件を与える．（野崎寛氏との共同研究） (For a simple graph G of order n (except for a complete graph and a null graph), there exists a unique two-distance set with dimension less than $n-1$ which is corresponding to G. Let $Emb(G)$ be a such two-distance set and $m(G)$ be the minimal dimension. Then we have $m(G) + m(\bar{G}) \geq n+1$ where $\bar{G}$ is the complement graph of G. Complete bipartite $K(i,j)$ and complete mulitipartite graph $K(i,i,i,...,i)$ are important examples which satisfy the equality of the above inequality. In this tale, we give a geometrical construction of $Emg(G)$ where $G = K(i_1, i_2, ..., i_k)$. We also give a necessary and sufficient condition for $Emb(G)$ is on a sphere.)